

Die Atmosphäre von γ Pegasi

Von GERHARD R. MICZAIKA

Aus der Badischen Landessternwarte Heidelberg-Königstuhl

(Z. Naturforsch. 3a, 241–249 [1948]; eingegangen am 9. Februar 1948)

Es wird mit Hilfe von Messungen der Äquivalentbreiten von Absorptionslinien im Spektrum und einer von Unsöld entwickelten Methodik die Verteilung der leichten Elemente in der Atmosphäre von γ Pegasi untersucht. Ihre relative Häufigkeit wird mit der in den planetarischen Nebeln sowie in 10 Lacertae, τ Scorpii und der Sonne verglichen. In allen Objekten ist die relative Häufigkeit der Elemente innerhalb der Fehlergrenzen dieselbe. Neon ist in den planetarischen Nebeln vielleicht etwas seltener. Helium hat einen bemerkenswert hohen Anteil an der Sternmaterie. Elektronendichte und Elektronendruck sowie Schwerebeschleunigung an der Oberfläche des Sterns werden ermittelt.

Die von Unsöld¹ ausgeführte umfangreiche quantitative Analyse des B0-Sterns τ Scorpii ließ den Wunsch entstehen, einige andere Sterne nach möglichst ähnlichen Gesichtspunkten zu behandeln. Aller² hat dies bereits für einen weiteren Stern, 10 Lacertae, Oe5, getan. Weniger ausführlich hat schließlich Unsöld³ 18 Sterne vom Spektraltypus 0 bis B3 diskutiert, sich aber bei der Bestimmung der Häufigkeit der chemischen Elemente auf Wasserstoff und Helium beschränkt, da für andere keine ausreichenden Linienmessungen publiziert sind.

Die vorliegende Untersuchung betrifft γ Pegasi, einen Zwergstern wie auch τ Scorpii und 10 Lacertae; sein Spektrum wird im Henry-Draper-Katalog und ebenso in Victoria zu B2 klassifiziert. γ Pegasi ist ein bekanntes Beispiel für einen frühen B-Stern, dessen Linien nicht durch Rotation verbreitert sind; er ist also für den vorgesehenen Zweck besonders geeignet. Wir verfahren hier im wesentlichen nach der von Unsöld eingeschlagenen Methodik. Insbesondere werden die gleichen Oszillatorenstärken benutzt. Wegen der theoretischen Einzelheiten muß auf seine Arbeiten über τ Scorpii verwiesen werden.

1. Beobachtungsmaterial

Die Spektren wurden mit der langen Kamera ($f = 375$ mm) des UV-Spektrographen am Heidelberger 72-cm-Reflektor erhalten. Aus einer Reihe von

Platten wurden die zwei geeignetsten für die Registrierung herausgesucht. Bei den Aufnahmen befand sich zwischen dem letzten 60° -Prisma und dem Kameraobjektiv ein Biprisma aus UV-Glas mit einem brechenden Winkel von $179^\circ 43'$. Dieses Biprisma kann so eingeschoben werden, daß das Spektrum der Länge nach in zwei nebeneinanderliegende aufgespalten wird. Je nach der Lage der brechenden Kante des Biprismas erhalten beide Spektren einen beliebig verschiedenen Anteil der zur Verfügung stehenden Gesamtintensität. Das Intensitätsverhältnis ist wellenlängenunabhängig und nur durch die geometrischen Verhältnisse bestimmt. Die Standardisierung der Platten wird auf diese Weise außerordentlich erleichtert. Die Dispersion betrug bei H γ 54 Å/mm und 25 Å/mm bei $\lambda = 3600$ Å.

Leider konnte die Absicht, bis zu mindestens $\lambda = 3400$ Å ins UV vorzudringen, nicht verwirklicht werden, da die Aluminiumbelegung des Hauptspiegels und sein Einbau durch die schwierigen Transportverhältnisse unerwartet lange verzögert wurde. Der Fangspiegel war bei den Aufnahmen bereits mit Aluminium belegt und die Versilberung des zweiten im Gebrauch befindlichen Hauptspiegels in frischem Zustand, so daß die Spektren bis über $\lambda = 3500$ Å reichen.

Als Aufnahmematerial dienten hochempfindliche Perutz-Peromonia-Platten, die trotz des verwendeten Feinkorn-Entwicklers ein nicht sehr feines Korn haben. Die Messung einer großen Anzahl von Linien, die auf feinkörnigen Platten mit den verfügbaren optischen Mitteln noch erreichbar wären, verbot sich daher. Für einige andere Sterne ist geplant, feinkörnige Platten in Verbindung mit Aluminium-Spiegeln zu verwenden.

Die Registrierung der Spektren erfolgte am Registrier-Photometer von Zeiß bei etwa 23-facher Übersetzung. Die Ausmessung der Registrierkurven sowie die Planimetrierung mit einem Polarplanimeter und

¹ A. Unsöld, Z. Astrophysik **21**, 1 [1941]; **21**, 22 [1941]; **21**, 229 [1942]; **23**, 75 [1944].

² L. H. Aller, Astrophysic. J. **104**, 347 [1946].

³ A. Unsöld, Z. Astrophysik **23**, 100 [1944].



λ_{γ} Pegasi	Element	$\lambda_{\text{Lab.}}$	$I_{\text{Lab.}}$	Serie	A_{λ}	R_0 in %
3511,95	He I	2,51	1	$2^3P^0 - 12^3D$	0,13	
3530,37	He I	0,49	1	$2^3P^0 - 11^3D$	0,27	
3554,29	He I	4,39	1	$2^3P^0 - 10^3D$	0,26	
	He I	4,52	1			
3587,33	C II	5,83	2	$3p^4D - 4s^4P^0$	0,38	
	He I	7,25	2			
	He I	7,40	—	$2^3P^0 - 9^3D$		
	C II	7,68	2	$3p^4D - 4s^4P^0$		
3601,74	Fe III	0,93	10	$d^3F - z^3F^0$	0,09	
	Al III	1,62	20	$3^2D - 4^2P^0$		
3613,68	He I	3,64	3	$2^1S - 5^1P^0$	0,19	
3634,39	He I	4,24	2			
	He I	4,37	1	$2^3P^0 - 8^3D$	0,42	
3652,13	He I	1,97	1			
	He I	2,12	1	$2^3P^0 - 8^3S$	0,14	
3696,67	O III	5,37	4	$3s^5P - 3p^5D^0$	0,07	
	H 17	7,15	—	$2^2P^0 - 17^2D$		
3704,99	He I	5,00	3			
	He I	5,14	1	$2^3P^0 - 7^3D$	0,46	
3721,95	H 14	1,94	—	$2^2P^0 - 14^2D$	1,74	34
3734,12	H 13	4,37	—	$2^2P^0 - 13^2D$	2,09	38
3750,12	H 12	0,15	—	$2^2P^0 - 12^2D$	3,58	53
3770,65	H 11	0,63	—	$2^2P^0 - 11^2D$	3,95	54
3797,90	H 10	7,90	—	$2^2P^0 - 10^2D$	4,07	55
3819,74	He I	9,61	4			
	He I	9,76	1	$2^3P^0 - 6^3D$	0,71	
3835,35	H 9	5,39	—	$2^2P^0 - 9^2D$	4,31	60
3867,66	He I	7,48	2			
	He I	7,63	1	$2^3P^0 - 6^3S$	0,37	
3872,07	He I	1,82	1	$2^1P^0 - 9^1D$	0,21	
3876,34	C II	6,05	6	$3d^4F^0 - 4f^4G$	0,10	
	C II	6,19	8			
	C II	6,41	7			
	C II	6,67	6			
3888,95	H 8	9,05	—	$2^2P^0 - 8^2D$	4,44	62
	He I	8,65	10	$2^3S - 3^3P^0$		
3911,81	O II	1,96	10			
	O II	2,09	—	$3s'^2D - 3p'^2P^0$	0,47	
3924,88	Si III	4,44	4		0,22	
3926,94	He I	6,53	1	$2^1P^0 - 8^1D$	0,22	
3932,67	Ca II	3,66	400 R	$4^2S - 4^2P^0$	0,20	
	N III	4,41	3	$3p^2P - 3d^2D^0$		
3945,06	O II	5,05	5	$3s^2P - 3p^2P^0$	0,31	
3954,36	O II	4,37	7	$3s^2P - 3p^2P^0$	0,18	
	N II	5,85	6	$3s^3P^0 - 3p^1D$		

Tab. 1. Verzeichnis der gemessenen

die Bestimmung der Äquivalentbreiten verliefen in der kürzlich beschriebenen Weise⁴.

Neben den in den Kornschwankungen nicht mehr sicher zu definierenden schwachen Linien wurden einige in der Nähe der Balmer-Grenze wegen der Schwierigkeit, das Kontinuum dort sicher festzulegen, fortgelassen. In Tab. 1 sind die gemessenen Linien aufgeführt. Die erste Spalte enthält die Wellenlängen der Linien im

Spektrum von γ Pegasi. Für $\lambda < 3930$ Å sind sie nach Struve⁵ gegeben, für $\lambda > 3930$ Å dagegen nach Kühlborn⁶. In den nächsten Spalten stehen das Ursprungselement, die Wellenlänge und Intensität im Laboratorium sowie die Serienzugehörigkeit. Diese Angaben beruhen auf der Multiplet Table of Astrophysical Interest von Moore⁷. In der vorletzten Spalte sind die Äquivalentbreiten A_{λ} in Å und in der letzten Spalte

⁴ G. R. Miczaika, Z. Astrophysik **25**, 77 [1948] = Mitt. Sternw. Heidelberg Nr. 56 [1948].

⁵ O. Struve, Astrophysic. J. **90**, 699 = Contrib. McDonald Obs. No. 13 [1939].

⁶ H. Kühlborn, Veröff. Univ.-Sternw. Berlin-Babelsberg **12**, Heft 1 [1938].

⁷ Ch. E. Moore, Contrib. Princeton University Obs. No. 20 [1945].

$\lambda_{\gamma \text{ Pegasi}}$	Element	$\lambda_{\text{Lab.}}$	$I_{\text{Lab.}}$	Serie	A_{λ}	R_0 in %
3961,6	O III	1,59	8	$3pD^1 - 3d^1F^0$	0,09	
	S III	1,55	2	$3d^3D^0 - 4p^3P$		
3964,72	He I	4,73	4	$2^1S - 4^1P^0$	0,19	
3970,08	H ϵ	0,07	—	$2^2P^0 - 7^2D$	4,81	65
3982,73	O II	2,72	5	$3s^2P - 3p^2P^0$	0,16	
3995,00	N II	5,00	10	$3s^1P^0 - 3p^1D$	0,18	
4009,28	He I	9,27	1	$2^1P^0 - 7^1D$	0,55	
	C II	9,90	2	$3p^4S - 4s^4P^0$		
4026,23	He I	6,19	5	$2^3P^0 - 5^3D$	0,98	51
	He I	6,36	1			
	N II	6,08	3	$3d^3F^0 - 4f^1G$		
4070,22	O II	9,90	6	$3p^4D^0 - 3d^4F$	0,08	
	O II	9,64	4			
	C III	0,30	3	$4^3F^0 - 5^3G$		
4075,88	O II	5,87	10	$3p^4D^0 - 3d^4F$	0,17	
4101,73	H δ	1,74	—	$2^2P^0 - 6^2D$	4,62	63
4116,07	Si IV	6,10	8	$4^2S - 4^2P^0$	0,12	
4120,84	He I	0,81	3	$2^3P^0 - 5^3S$	0,61	
	He I	0,99	1			
	O II	0,28	3	$3p^4P^0 - 3d^4D$		
	O II	0,55	2			
4143,82	He I	3,76	2	$2^1P^0 - 6^1D$	0,55	
	O II	3,77	2			
	O II	3,52	1	$sp^33p^6P - sp^33d^6D^0$		
4169,07	He I	8,97	1	$2^1P^0 - 6^1S$	0,29	
	O II	9,23	4	$3p^4P^0 - 3d^4P$		
4241,84	N II	1,79	8	$\left\{ \begin{array}{l} 3d^3D^0 - 4f^1F \\ 3d^3D^0 - 4f^3F \end{array} \right\}$	0,38	
4253,63	O II	3,98	8	$3d^2G - 4f^2H^0$	0,83	30
	O II	3,74	4			
4267,13	C II	7,27	20	$3^2D - 4^2F^0$	0,45	
	C II	7,02	19			
4275,53	O II	5,52	4	$3d^4D - 4f^4F^0$	0,76	
	O II	5,90	0	$3d^4D - 4f^2F^0$		
4340,47	H γ	0,47	—	$2^2P^0 - 5^2D$	4,39	60
4387,99	He I	7,93	3	$2^1P^0 - 5^1D$	0,90	35
4414,88	O II	4,91	10	$3s^2P - 3p^2D^0$	0,37	
4416,94	O II	6,97	8			
4437,58	He I	7,55	1	$2^1P^0 - 5^1S$	0,45	
4471,53	He I	1,48	6	$2^3P^0 - 4^3D$	2,01	
	He I	1,69	1			
4861,33	H β	1,33	—	$2^2P^0 - 4^2D$	6,00	50
4922,02	He I	1,93	4	$2^1P^0 - 4^1D$	1,06	18

Linien und Äquivalentbreiten.

für die Linien mit $A_{\lambda} > 0,8 \text{ \AA}$ die Linientiefen R_0 in Prozenten angegeben.

$$\lambda = 4000 \text{ \AA} \quad R_c = 63\%.$$

$$\lambda = 4860 \text{ \AA} \quad R_c = 50\%.$$

2. Grenztiefe der starken Absorptionslinien

Wir bestimmen zunächst den Grenzwert der Tiefe der starken Fraunhofer-Linien. Praktisch wird dieser (Abb. 1) durch die Tiefe der Balmer-Linien des Wasserstoffs bedingt, da die gemessenen Tiefen der Heliumlinien bei unserer Dispersion sicher nicht mehr reell sind. Der Grenzwert ist für

Der Wert bei $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ ist wohl erheblich sicherer als der bei $\lambda = 4860 \text{ \AA}$.

Um eine etwaige Wellenlängenabhängigkeit der wirksamen Gesamtzahlen NH der Atome in einer Säule über 1 cm^2 Sternoberfläche wenigstens grob erfassen zu können, korrigieren wir die Atomzahlen, die aus Linien mit $\gamma < 3700 \text{ \AA}$ bestimmt sind, um einen Betrag, der sich aus dem Intensitätssprung an der Balmer-Grenze ergibt, wenn man diesen wie eine Fremdlinie, die das

Kontinuum herabdrückt, mit einem von Unsöld⁸ entwickelten Verfahren behandelt. Aus der früher⁹ gemessenen Größe des Balmer-

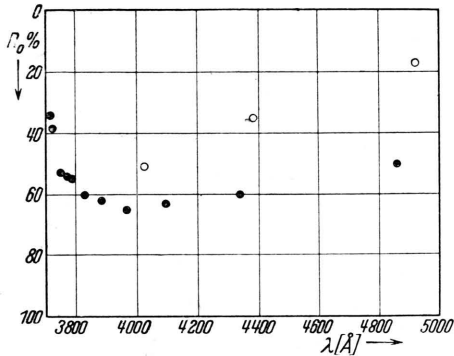


Abb. 1. Maximale Tiefen der starken Absorptionslinien.
• H-Linien, ○ He-Linien.

Sprungs $D = \log \frac{F_{3647-\varepsilon}}{F_{3647+\varepsilon}} = 0,148$ ergibt sich für alle bei $\lambda < 3700 \text{ Å}$ bestimmten Atomzahlen die Notwendigkeit einer Vergrößerung um $\Delta \log NH = +0,12$.

3. Die Häufigkeit der chemischen Elemente

a) *Wasserstoff, Elektronendichte und -druck.* Die Häufigkeit des Wasserstoffs kann auf drei verschiedenen Wegen bestimmt werden. Die zur Bestimmung von NH sonst meist übliche Aufstellung einer Wachstumskurve ist für die Wasserstofflinien nicht angängig, da die durch den inneratomaren Stark-Effekt gegebene Dämpfungskonstante mit der Liniennummer in der Serie wächst.

Unter der Voraussetzung, daß die Balmer-Linien in optisch dünner Schicht absorbiert werden, gilt für die Äquivalentbreiten

$$\begin{aligned} A_\lambda &= \frac{\pi e^2}{m c^2} \lambda_n^2 f N_{02} H \\ &= 0,886 \cdot 10^{-12} \lambda_n^2 f N_{02} H, \end{aligned} \quad (1)$$

wo e die Elementarladung, m die Masse des Wasserstoffkernes, c die Lichtgeschwindigkeit und λ_n die Wellenlänge der Linie mit der Hauptquantenzahl n bedeuten. Der Fall optisch dünner Schicht wird mit steigender Liniennummer immer

⁸ A. Unsöld, Physik der Sternatmosphären, Berlin 1938, S. 312.

⁹ G. R. Miczaika, Z. Naturforschg. **3a**, 129 [1948] = Mitt. Sternw. Heidelberg Nr. 53 [1948].

stärker verwirklicht. Von einer gewissen Grenze ab werden die A_λ infolge der Überlagerung der Linienflügel bei Annäherung an die Seriengrenze zu klein gemessen, so daß die aus ihnen bestimmten $N_{02}H$ wieder fallen. Das so bestimmte Maximum der $N_{02}H$ ist also ein unterer Grenzwert. Für γ Pegasi ist der Verlauf der $N_{02}H$ in Tab. 2 und Abb. 2 wiedergegeben. Der Grenzwert, auf $n \rightarrow \infty$ extrapoliert, beträgt etwa $\log N_{02}H = 16,25$.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung von $N_{02}H$ des Wasserstoffs bietet der Balmer-Sprung. Betrachtet man die Einsenkung $R = 0,29$ als durch Absorption in optisch dünner Schicht entstanden, so folgt mit dem kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten α_ν pro H-Atom im zweiten Quantenzustand an der Balmer-Grenze

$$\begin{aligned} \alpha_\nu N_{02}H &= 1,38 \cdot 10^{-17} \cdot N_{02}H = R, \\ \log N_{02}H &= 16,32. \end{aligned} \quad (2)$$

Schließlich können wir den Balmer-Sprung wie eine Absorptionslinie mit einer der optischen Dicke $x_\nu = \alpha_\nu N_{02}H$ entsprechenden Einsenkung R behandeln¹⁰. Da

$$R = \left(\frac{1}{x_\nu} + \frac{1}{R_c} \right)^{-1} \quad (3)$$

ist, folgt mit der vorhin bestimmten Grenztiefe $\log N_{02}H = 16,16$. Als definitiven Wert nehmen wir $\log N_{02}H = 16,24$ an.

Die Balmer-Linien erlauben zwei unabhängige Berechnungen der effektiven Elektronendichte

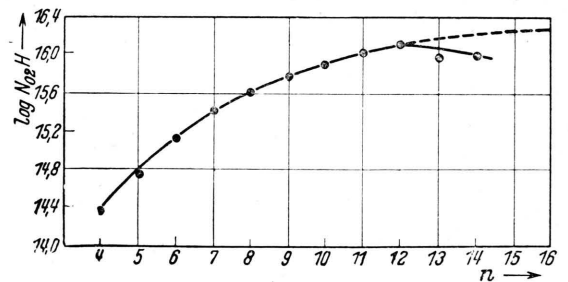


Abb. 2. $\log N_{02}H$ (Wasserstoff) in γ Pegasi als Funktion der Hauptquantenzahl n .

und des effektiven Elektronendrucks in der Atmosphäre eines Sterns. Die Hauptquantenzahl n_m der letzten erkennbaren Balmer-Linie steht nach Inglis und Teller¹¹ in einem einfachen Zu-

¹⁰ A. Unsöld⁸, S. 248.

¹¹ D. R. Inglis u. E. Teller, Astrophysic. J. **90**, 439 [1939].

n	$\log A_\lambda$	f	$\log N_{02}H$
4	0,78	$1,19 \cdot 10^{-1}$	14,38
5	0,64	$4,47 \cdot 10^{-2}$	14,77
6	0,66	$2,21 \cdot 10^{-2}$	15,15
7	0,63	$1,27 \cdot 10^{-2}$	15,34
8	0,65	$8,04 \cdot 10^{-3}$	15,62
9	0,63	$5,43 \cdot 10^{-3}$	15,78
10	0,61	$3,85 \cdot 10^{-3}$	15,92
11	0,60	$2,84 \cdot 10^{-3}$	16,05
12	0,55	$2,15 \cdot 10^{-3}$	16,13
13	0,32	$1,67 \cdot 10^{-3}$	16,01
14	0,24	$1,33 \cdot 10^{-3}$	16,02

Tab. 2 H, $2^3P^0 - n^2D$.

sammenhang mit der Elektronendichte, da bei hoher Ionendichte die Stark-Verbreiterung die höheren Serienglieder eher zum Verschwinden bringt als bei geringerer Dichte. Der Zusammenhang ist mit den numerischen Werten von Mohler¹²

$$\log N_e = 23,26 - 7,5 \log n_m. \quad (4)$$

Sowohl auf unseren Spektren wie auch auf den am McDonald-Observatorium von Struve⁵ gewonnenen ist die letzte erkennbare Linie H 17. Es folgt also $\log N_e = 14,04$. Eine unabhängige Bestimmung ermöglicht die Anwendung der Holtsmark'schen Theorie der Druckverbreiterung in der von Unsöld³ gegebenen Form auf die in optisch dicker Schicht absorbierten ersten Linien der Balmer-Serie. Es ist

$$N_e = \frac{A_\lambda^{5/2}}{K \cdot N_{02}H} \cdot \left(\frac{R_e}{0,45} \right)^{-3/2}. \quad (5)$$

¹² F. L. Mohler, *Astrophysic. J.* **90**, 429 [1939].

Die Konstante $K(\lambda_n)$ hat Unsöld berechnet. Aus den Äquivalentbreiten von H γ und H δ folgt

$$\left. \begin{array}{l} H\gamma \log N_e = 14,28 \\ H\delta \log N_e = 14,41 \end{array} \right\}, \text{ Mittel } \log N_e = 14,34.$$

Das Mittel beider Bestimmungen ist $\log N_e = 14,19$. Mit der Boltzmann-Konstanten $k = 1,37 \cdot 10^{-16}$ erg/grad und der Temperatur T erhalten wir aus

$$P_e = N_e k T \quad (6)$$

sofort den mittleren Elektronendruck P_e in der Atmosphäre von γ Pegasi; es ist $\log P_e = 2,63$.

Hier erhebt sich zum erstenmal im Verlauf dieser Untersuchung die Frage nach der Temperatur von γ Pegasi. Unsöld³ hat mit der Skala von Kuiper¹³ und spektroskopischen Messungen einiger Sterne die Temperaturen für Oe 5- bis B3-Sterne bestimmt, und wir verwenden hier in Ermangelung eines mit Sicherheit besseren individuellen Wertes für γ Pegasi den in dieser Skala einem B2-Stern zukommenden Wert $T = 20000^\circ$ ($\Theta = 0,252$).

b) *Helium I*. Die He I-Linien behandeln wir wie die Wasserstofflinien als in optisch dünner Schicht absorbiert. Einigermassen vollständig ist nur die Serie $2^3P - n^3D$ beobachtet (Tab. 3). Alle NH-Bestimmungen aus den übrigen Serien wurden mit der Boltzmann-Formel auf den 2^3P -Term reduziert. Nach den Anregungsspannungen und $T = 20000^\circ$ sind diese Korrekturen

$$\Delta \log NH = +0,84 \text{ für } 2^1P\text{-Terme,}$$

$$\Delta \log NH = +0,54 \text{ für } 2^1S\text{-Terme.}$$

¹³ G. P. Kuiper, *Astrophysic. J.* **88**, 429 [1938].

f	λ_{Lab}	n	$\log A_\lambda$	$\log NH$	$\log NH[2^3P]$ UV-Korr.	Bemerkungen
0,129	4471,69	4	0,30	13,95	13,95	
	48					
0,0512	4026,36	5	-0,01	14,12	14,12	Blend mit N II 6,08(3)
	19					
0,0260	3819,76	6	-0,15	14,32	14,32	
	61					
0,0152	3705,14	7	-0,34	14,58	14,58	
	00					
0,00968	3634,37	8	-0,38	14,56	14,68	
	24					
0,00658	3587,40	9	-0,42	14,70	14,82	Blend mit C II 5,83(2) und 7,68(2)
	25					
0,00469	3554,52	10	-0,59	14,79	14,91	
	39					
0,00352	3530,49	11	-0,57	14,84	14,96	f extrapoliert
0,0030:	3512,51	12	-0,89	14,59	14,71	f extrapoliert

Tab. 3. He I, $2^3P - n^3D$.

λ_{Lab}	n	$\log A_{\lambda}$	f	$\log NH$	$\log NH[2^3P]$ UV-Korr.	Bemerkungen
4120,99 81	5	-0,21	0,00010	16,61	16,61	Blend mit O II 0,28 (3) und 0,55 (2), f zweifelhaft
3867,63 48	6	-0,43	0,00183	15,18	15,18	
3652,12 1,97	8	-0,85	0,0004:	15,28	15,40	f extrapoliert

Tab. 4. He I, 2^3P-n^3S .

λ_{Lab}	n	$\log A_{\lambda}$	f	$\log NH$	$\log NH[2^3P]$	Bemerkungen
4921,93	4	0,03	0,118	13,63	14,17	Blend mit O II 3,77 (2) und 3,52 (1) Blend mit C II 9,90 (2)
4387,93	5	-0,05	0,0416	14,10	14,64	
4143,76	6	-0,26	0,0199	14,26	14,80	
4009,27	7	-0,26	0,0112	14,54	15,08	
4926,53	8	-0,66	0,00705	14,36	14,90	
3871,82	9	-0,68	0,00471	14,52	15,06	

Tab. 5. He I, 2^1P-n^1D .

λ_{Lab}	n	$\log A_{\lambda}$	f	$\log NH$	$\log NH[2^3P]$	Bemerkungen
4437,55	5	-0,35	0,00320	14,90	15,44	Blend mit O II 9,23 (4)
4168,97	6	-0,54	0,00104	15,26	15,80	

Tab. 6. He I, 2^1P-n^1S .

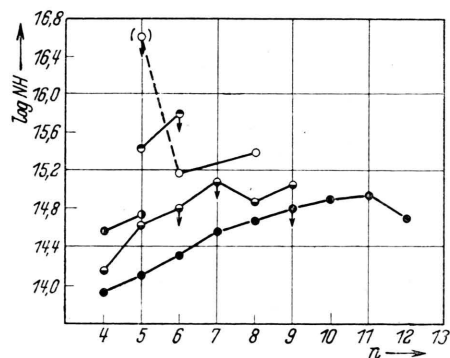
Die anfangs erwähnte UV-Korrektion wurde hier, wie auch später, überall für Linien $\lambda < 3700$ angebracht.

Aus der 2^3P-n^3S -Serie kann über NH nicht viel ausgesagt werden. $n = 5$ ist ein Blend, gibt daher sicher ein zu großes NH ; außerdem ist die Oszillatorenstärke von Hylleraas wahrscheinlich fehlerhaft zu klein. Auch Unsöld findet bei τ Scorii

für 2^3P-5^3S ein auffällig großes NH . Für $n = 8$ ist die Oszillatorenstärke geschätzt und sehr unsicher. Glieder der Serie 2^3S-n^3P wurden nicht gemessen. Von den Linien der 2^1P-n^1S und 2^1S-3^1P konnten nur je zwei Linien gemessen werden. Darunter befindet sich noch ein Blend. Die Messungen der 2^1P-n^1D -Serie erlauben die Bestimmung eines unteren Grenzwertes für NH . Aus der Abb. 3 schließen wir nach einer so gut wie möglich ausgeführten Extrapolation auf $\log NH = 15,20$ für He I. He II-Linien konnten nicht gemessen werden.

c) *Kohlenstoff II*. Die zwei Linien 3585,83 und 3587,68 des $2s2p(^3P)3p^4D-2s^2p(^3P)4s^4P^0$ -Multipletts sind stark durch eine He I-Linie gestört, die Oszillatorenstärke ist nicht bekannt. Die Linie 3876... ist ein nicht aufgelöstes Quartett.

Da es hier, wie auch bei den folgenden noch zu diskutierenden Elementen, im allgemeinen nicht möglich ist, Wachstumskurven zu konstruieren, um das Verhältnis a von Dämpfungskonstante γ und Doppler-Breite $\Delta\omega_D$ und NH gleichzeitig zu bestimmen, blieb nichts weiter übrig, als, mit Rücksicht auf die Druckempfindlichkeit der Linien

Abb. 3. $\log NH [2^3P]$ (Helium) in γ Pegasi als Funktion der Hauptquantenzahl n .

- 2^3P-n^3D ● 2^1P-n^1D ● 2^1S-n^1P
 ○ 2^1P-n^1S ○ 2^3P-n^3S ↓ Blend

λ_{Lab}	n	$\log A_{\lambda}$	f	$\log NH$	$\log \frac{NH[2^3P]}{UV\text{-Korr.}}$	Bemerkungen
3964,73	4	— 0,35	0,0570	13,75	14,59	
3613,64	5	— 0,72	0,0252	13,82	14,78	

Tab. 7. He I, 2^1S-n^1P .

Multiplett	$j-j'$	λ_{Lab}	$\log A_{\lambda}$	f	Bemerkungen
$2s^2p(^3P)3p^4D$ $-2s^2p(^3P)4s^4P^0$	$1\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$	3585,83 3587,68	— 0,42	—	Blend mit He I 7,25 (2) und 7,40 (—)
$2s^2p(^3P)3d^4F^0$ $-2s^2p(^3P)4f^4G$	$1\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}-5\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2}-4\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}-3\frac{1}{2}$	3876,05 3876,19 3876,41 3876,67			
$2s^2(^1S)3d^2D$ $-2s^2(^1S)4f^2F^0$	$1\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}-3\frac{1}{2}$	4267,02 4267,27	— 0,35	1,016	

Tab. 8. C II.,

Multiplett	$j-j'$	λ_{Lab}	$\log A_{\lambda}$	f	Bemerkungen
$3s^3P^0-3p^1D$ $3s^1P^0-3p^1D$ $3d^3D^0-4f^3F$	1—2 1—2 3—4	3955,85 3995,00 4241,80	— 0,74 — 0,74 — 0,42	— $5/36 \cdot 1 \cdot f_{3s-3p}$ $280/945 \cdot 0,429 \cdot 0,106$	Blend mit O II 4,37 (7)

Tab. 9. N II.

und die meist auch nicht sehr sicheren Ergebnisse von Unsöld an τ Scorpii, für a einen plausiblen Wert anzunehmen. Bei den schwachen Linien ist dieses Vorgehen übrigens wegen der geringen Abhängigkeit der Wachstumskurven von a nicht kritisch. Die thermische Doppler-Breite der Linien in Kreisfrequenz- bzw. Wellenlängeneinheiten

$$\Delta\omega_D = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{2RT/\mu}, \quad (7)$$

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda}{c} \sqrt{2RT/\mu}$$

mit der Gaskonstanten R und dem Atomgewicht μ wurde mit $T = 20000^\circ$ berechnet. Die NH wurden in der üblichen Weise¹⁴ durch Auftragen der $\log \frac{A_{\lambda}}{R_c 2 \Delta\lambda_D}$ gegen die $\log \frac{f}{R_c \Delta\omega_D}$ und Vergleich mit der theoretischen Kurve erhalten. Auf die hier bedeutsame Frage der Turbulenz in der Atmosphäre des Sterns wird später eingegangen werden. Die einzige erfaßte CIII-Linie bei $\lambda = 4070 \text{ \AA}$ ist mit mehreren OII-Linien so ver-

blendet, daß auf eine Bestimmung der Häufigkeit von CIII verzichtet wurde.

d) *Stickstoff II*. Bei der Linie $\lambda = 3955,85 \text{ \AA}$, die ein starkes Blend mit einer OII-Linie ist, ist die Oszillatorenstärke nicht bekannt. Bei $\lambda = 3995,00 \text{ \AA}$ kann der Absolutwert von f nicht angegeben werden. Der Faktor f_{3s-3p} liegt nach Unsöld nahe bei 1. Linien von NIII wurden nicht gemessen.

e) *Sauerstoff II*. Die Absolutwerte der Oszillatorenstärke sind für die Übergänge $3p-3d$, $3d-4f$ und $3s-3p$ nicht bekannt; die unbekannten Faktoren dürften in der Nähe von 1 liegen. Anregungskorrekturen wegen der 2 Seriengrenzen 3P und 1D und der gegenseitigen Termabstände wurden angebracht. OIII-Linien wurden nicht gemessen.

f) *Silicium IV*. Zur Bestimmung des Siliciumgehaltes kommt unter den beobachteten Linien nur $\lambda = 4116,10 \text{ \AA}$ (Si IV) in Betracht. Der unbekannte Faktor in der Oszillatorenstärke ist wahrscheinlich nahezu 1. Die Annahme über γ ist sehr unsicher. Nach Unsöld bewirkt die mögliche Fehlerhaftigkeit von γ wahrscheinlich eine Verkleinerung von NH .

¹⁴ A. Unsöld⁸, S. 264.

Multipl.lett	$j-j'$	λ_{Lab}	$\log A_{\lambda}$	f	Bemerkungen
$3s^2D-3p^2P^0$	$2\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$	$3911,96$ $12,09$	$-0,33$	$1,176 + 0,222$ $1,176$ $0,176$	Blend mit N II 5,85 (6)
$3s^2P-3p^2P^0$	$\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$	$394,505$ $3954,37$	$-0,51$ $-0,74$	$1,176 + 0,954$ $1,176 + 0,653$	
$3s^2P-3p^2D^0$	$1\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}$	$3982,72$ $4414,91$	$-0,80$ $-0,43$	$1,176 + 0,954$ $0,954 + 0,222$	
$3p^4D^0-3p^4F$	$\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}$	$4416,97$ $4069,90$	$-0,43$ $-1,10$	$0,954 + 0,478$ $0,729 + 0,796$	
$3d^2G-4f^2H^0$	$3\frac{1}{2}-4\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2}-4\frac{1}{2}$	64 $4075,87$	$-0,77$ $-0,08$	$1,000$ $0,729 + 0,447$	Blend mit O II 5,90 (0)
$3d^4D-4f^4F^0$	$1\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2}-4\frac{1}{2}$	$4253,74$ 98	$-0,08$ $-0,12$	$0,586$ $0,980 + 0,000$	
	$4\frac{1}{2}-5\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2}-4\frac{1}{2}$	$4275,52$		$0,926 + 0,447$	

Tab. 10. O II.

5. Die Gesamthäufigkeit der Elemente

Die bisherigen Ergebnisse, die die Anzahl $N_{rs}H$ der Atome in einer Säule von 1 cm^2 Querschnitt über die Sternoberfläche in einem angeregten Zustand s der r -ten Ionisationsstufe bedeuten, dienen zunächst zur Berechnung der gesamten Atomzahlen der betreffenden Ionisationsstufe. Diese Rechnung leistet die Saha-Boltzmann-Formel

$$\frac{N_{r+1}P_e}{N_{rs}} = \frac{2u_{r+1}}{g_{rs}} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r - \chi_{rs}}{kT}} \quad (8)$$

N_{r+1} ist die Gesamtzahl der Atome im $r+1$ -ten Ionisationszustand, N_{rs} die Zahl der Atome im angeregten Zustand s der r -ten Ionisationsstufe, u_{r+1} die Zustandssumme dieser Atome, g_{rs} das statistische Gewicht des Anregungszustandes, χ_r die Ionisierungsspannung $r \rightarrow r+1$, χ_{rs} die Anregungsspannung für den Zustand rs . Es ist daher $\chi_r - \chi_{rs}$ der Termwert von s , in Volt gerechnet.

Mit Hilfe der Saha-Formel

$$\frac{N_{r+1}P_e}{N_r} = \frac{2u_{r+1}}{u_r} \frac{(2\pi m)^{3/2} (kT)^{5/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} \quad (9)$$

lassen sich nun auch die Atomzahlen aller Ionisationsstufen und durch Summation die Gesamtzahlen NHP_e der Atome eines Elementes über 1 cm^2 Sternoberfläche angeben. Diese Gesamthäufigkeiten finden sich in Tab. 12. Dort sind auch die Häufigkeiten der Elemente nach ihrer Masse ($NHP_e \mu$) aufgeführt; der für Vergleichsbetrachtungen belanglose Faktor P_e ist in beiden Spalten belassen worden. Zum Vergleich wurden die Häufigkeiten der Elemente nach Atomzahlen

Multipl.lett	$j-j'$	λ_{Lab}	$\log A_{\lambda}$	f
$4^2S-4^2P^0$	$\frac{1}{2}-1\frac{1}{2}$	$4116,10$	$-1,22$	$\frac{1}{3} \cdot f_{4s-4p}$

Tab. 11. Si IV.

in einigen anderen Objekten zusammengestellt (Tab. 13). Die Spalte „Pl.N.“ enthält die durchschnittliche Zusammensetzung der planetarischen Nebel, wie sie Aller und Menzel¹⁵ kürzlich bestimmt haben. Die Abweichungen in der Zusammensetzung der Einzelnebel schwanken von C ab um die Mittelwerte bis etwa zu einer Größenordnung. Ferner ist die Zusammensetzung der Atmosphären von 10 Lacertae nach Aller², τ Scorpii nach Unsöld¹, γ Pegasi und schließlich der Sonne nach einer neuen Analyse von Unsöld¹⁶ gegeben. Die Häufigkeit des Wasserstoffs wurde in dieser Tabelle gleich 1000 gesetzt.

Innerhalb der Fehlergrenzen, die vermutlich durch einen Faktor 2 oder 3 gegeben sein dürfen, ist die Verteilung der chemischen Elemente in allen Sternen der Tabelle praktisch die gleiche. Auch für die planetarischen Nebel gilt dies noch, wenn man vom Neon absieht, das bei ihnen selten zu sein scheint. Insbesondere ist kein sicherer Hinweis für eine Änderung des Verhältnisses H/He mit dem Spektraltyp zu erkennen, die die durch die Fehlergrenzen gesetzte Unsicherheit übersteigt. Bemerkt sei noch, daß Unsöld kürzlich¹⁷ $\log(\text{H/He}) = 0.7 \pm 0.5$ für eine eruptive

¹⁵ L. H. Aller u. D. J. Menzel, Astrophysic. J. **102**, 329 [1945].

¹⁶ A. Unsöld, Z. Astrophysik **24**, 306 [1948].

¹⁷ A. Unsöld, Z. Astrophysik **24**, 22 [1947].

Z	Element	$\log NH P_e$	$\log NH P_e \mu$
1	H	25,11	25,11
2	He	24,26	24,86
6	C	20,96	22,04
7	N	21,75	22,90
8	O	21,65	22,85
14	Si	21,19	22,63

Tab. 12. Gesamthäufigkeit der Elemente nach Atomzahlen und Masse.

Protuberanz gefunden hat, ein Wert, der den Verhältnissen der Tab. 13 gut entspricht. Im Durchschnitt kann man für die Hauptreihensterne und die planetarischen Nebel $\log (H/He) = 0,8$ (Atomzahlen) annehmen.

Unser Beobachtungsmaterial ist leider nicht ausreichend, um die Frage der Turbulenz in der Atmosphäre von γ Pegasi untersuchen zu können. Es wäre dazu erforderlich, möglichst lange Multipletts zu photometrieren. Turbulenz würde dazu führen, daß die Häufigkeiten, die aus schwachen Linien bestimmt worden sind, zu stark herauskommen. Struve¹⁸ hat die Frage der Turbulenz in γ Pegasi behandelt und ist zu der Überzeugung gekommen, daß sie keine Rolle spielt. Auf jeden Fall wird es aber empfehlenswert sein, ihren möglichen Einfluß bei der Beurteilung der Zahlen in Tab. 13 nicht zu übersehen.

Das für den Bethe-Weizsäcker-Zyklus der Energieerzeugung wichtige Verhältnis C/N ist bei allen untersuchten Sternen $> 1:6$ und bleibt im Durchschnitt um fast eine Zehnerpotenz größer, als Bethe¹⁹ ursprünglich für das Innere der Hauptreihensterne gefordert hatte (1:20). Bethe²⁰ hat später auf Grund neu gemessener Wirkungsquerschnitte der bei der Energieerzeugung beteiligten Kernprozesse die Häufigkeit von C und N als ungefähr gleich angenommen. Die Unsicherheit der die Häufigkeit bestimmenden Halbwertszeiten der Einzelreaktionen ist durch den Faktor 3 etwa gegeben. Die Gesamthäufigkeit von C und N zusammen soll in guter Übereinstimmung mit den empirischen Ergebnissen bei 1 Gew.-% liegen. Leider konnten bei γ Pegasi keine Linien des Neons, dessen unerwartet große Häufigkeit Unsöld herausgestellt hat, gemessen werden.

¹⁸ O. Struve, Proc. Nat. Acad. Sci. USA 18, 585 [1932].

¹⁹ H. Bethe, Physic. Rev. 55, 434 [1938].

²⁰ H. A. Bethe, Astrophysic. J. 92, 118 [1940].

Element	Pl. N.	10 Lac	τ Sco	γ Peg	Sonne
H	1000	1000	1000	1000	1000
He	100	93	178	141	—
C	0,6	0,10	0,17	0,071	0,65
N	0,2	0,11	0,33	0,44	1,35
O	0,25	0,49	0,98	0,35	1,78
Ne	0,01	0,44	1,15	—	—
Mg	—	0,032	0,058	—	0,11
Al	—	—	0,0036	—	0,071
Si	—	0,042	0,063	0,12	0,065

Tab. 13. Häufigkeit der chemischen Elemente in planetarischen Nebeln und Sternen (Atomzahlen).

Das Häufigkeitsverhältnis H/He (Atomzahlen), das nach Tab. 13 den Logarithmus 0,81 besitzt, kann noch auf zwei andere Weisen bestimmt werden³. Aus einer Zusammenfassung der Boltzmann- und der Saha-Formel erhält man in ausreichender Näherung

$$\log \frac{H}{He} = \log \frac{NH(H_n=2)}{NH(He 2^1P)} + \log \left(\frac{u_1}{g_{02}} \right) \left(\frac{g_{02}}{u_1} \right)_{He} \quad (10)$$

Aus dem Beobachtungsmaterial folgt etwa $\log (H/He) = 0,7$. Schließlich kann auch aus dem Verhältnis der Äquivalentbreiten von H γ und He I $\lambda = 4471 \text{ \AA}$ sowie H δ und He I $\lambda = 4026 \text{ \AA}$ $\log (H/He)$ angegeben werden. Dieses natürlich nicht so besonders zuverlässige Ergebnis (die Fehler der A_λ gehen stark ein) liegt im Mittel bei dem eben gefundenen Wert.

Wir berechnen noch die Schwerebeschleunigung an der Oberfläche von γ Pegasi aus Elektronendruck und Gewicht $m_H \Sigma NH \mu$ der über 1 cm^2 Sternoberfläche stehenden Materieschicht. m_H ist die Protonenmasse.

$$g = \frac{4 P_e^2}{m_H \Sigma NH P_e \mu} \quad (11)$$

Mit $m_H \Sigma NH P_e \mu = 25,32$ wird $\log g = 4,32$. Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit dem, den man aus der Temperatur $T = 20000^\circ$ und der absoluten Helligkeit $M = -2^m 7$ erwarten kann. Unsöld³ hat an Hand eines ganz anderen Beobachtungsmaterials für g und P_e nahezu gleiche Werte gefunden. Es handelt sich bei γ Pegasi also anscheinend in jeder Hinsicht um einen normalen Angehörigen der Hauptreihe.

Hrn. Prof. Unsöld bin ich für eine kritische Durchsicht des Manuskripts und einige Anregungen zu Dank verpflichtet.